

1. Sean $\begin{cases} P(x) = 5x^5 - 4x^3 - x^2 + 5x + 2 \\ Q(x) = 3x^4 + 8x^3 + 2x + 14 \\ R(x) = x^2 + 3 \end{cases}$. Calcular **a)** $P(x) + Q(x)$ **b)** $P(x) - Q(x)$ **c)** $Q(x) \cdot R(x)$

2. Efectúa los siguientes productos:

a) $(2x^2 + 5x - 10) \cdot (x^3 - 3x) =$

d) $(3x^3 + 2x - 1)^2 =$

b) $(3x^4 + 2x^3 - x^2 + 5) \cdot (3x^2 - x + 2) =$

e) $\left(\frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{5}x + 4\right) \cdot (10x + 5) =$

c) $(5x^2 + 2x - 3) \cdot (2x^2 + 3x - 1) =$

f) $\left(x^2 - 8x - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(2x^2 - \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}\right) =$

3. Realizar las divisiones de los siguientes polinomios:

a) $(3x^4 + 4x^3 - x^2 + 5x + 1) : (x^3 + 3x - 4) =$

b) $(5x^4 - 3x^2 + 2x + 8) : (x^2 + 2x - 1) =$

c) $(3x^5 + 4x^4 + 8x^3 - 7x + 6) : (3x^3 + x^2 + 1) =$

4. Realiza las siguientes divisiones utilizando la Regla de Ruffini:

a) $(2x^4 - 3x^2 + 5x - 1) : (x + 3) =$

c) $(2x^4 + 3x^2 + 6x - 7) : (x + 1) =$

b) $(3x^3 - 5x^2 + 7x - 2) : (x - 2) =$

d) $\left(\frac{1}{4}x^5 + \frac{2}{3}x^3 - x^2 + x - 6\right) : \left(x + \frac{1}{3}\right) =$

5. Sea el polinomio $P(x) = 3x^4 + x^3 - 2x^2 + 3x - 5$, hallar el valor numérico para $x = 1$ y $x = -2$. ¿Alguno de estos valores es raíz del polinomio $P(x)$.

6. Determina el valor de m para que $P(x) = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ sea divisible entre $x - 3$.

7. Halla, sin hacer la división, el resto de las siguientes divisiones:

a) $(3x^3 - 6x^2 + 5x - 8) : (x + 2)$

b) $\left(\frac{1}{4}x^3 - 2x + 1\right) : (x - 1)$

8. Halla a en el polinomio $x^4 + 5x^3 - 2x + 2a$ sabiendo que al dividirlo por $x - 3$ da de resto 122.

9. Determina el valor de m para que $P(x) = x^3 + 2x - m$ sea divisible entre $x - 3$.

10. Sea $P(x) = 2x^3 + ax^2 - bx + 3$ un polinomio que cuando lo dividimos por $x - 1$ obtenemos de resto 2, y es divisible por $x + 1$. Calcular a y b , completando con estos resultados el polinomio.

11. Factoriza los siguientes polinomios e indica sus raíces.

a) $x^5 + 2x^4 - 16x^3 - 2x^2 + 15x =$

b) $2x^4 - 3x^3 - 6x^2 + 5x + 6 =$

c) $x^3 + x^2 - 5x + 3 =$

d) $x^4 + x^3 - 3x^2 - x + 2 =$

e) $2x^3 - 3x^2 - 3x + 2 =$

f) $x^4 - 2x^3 - 4x^2 + 2x + 3 =$

g) $3x^4 + 14x^3 + 16x^2 + 2x - 3 =$

h) $x^4 - 2x^3 - x^2 + 4x - 2 =$

i) $x^5 - 3x^4 - x^3 + 3x^2 =$

j) $x^4 + 3x^3 - x^2 - 9x - 18 =$

k) $6x^4 + 12x^3 - 15x^2 + 6x - 9 =$

l) $9x^4 + 33x^3 + 7x^2 - 37x - 12 =$

12. Factoriza estos polinomios identificando identidades notables.

a) $4x^2 - 9 =$

b) $25x - 9x^3 =$

c) $16 + 8x + x^2 =$

d) $9x^2 - 30x + 25 =$

e) $16x^4 + 56x^3 + 49x^2 =$

f) $4x^4 - 25x^2 =$

13. Hallar el M.C.D y el m.c.m. de los siguientes polinomios:

a) $x^3 - 7x - 6$ y $x^3 + 4x^2 - 11x - 30$

b) $2x^3 - 2x^2 - 2x - 4$ y $2x^2 + x - 10$

c) $2x^4 - 3x^3 + x$ y $2x^4 + 3x^3 - x^2 - 3x - 1$

d) $x^5 - x^4 - x^3 + x^2$ y $2x^5 - 3x^4 + x^3$

e) $x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 2x$ y $x^5 - x^4 - x^3 + x^2$

14. Simplificar las siguientes fracciones algebraicas:

a) $\frac{x^3 - 5x^2 + 6x}{x^3 - 4x} =$

b) $\frac{x^3 - 25x}{x^4 - 10x^3 + 25x^2} =$

c) $\frac{x^4 + 4x^3 - 22x^2 - 4x + 21}{x^3 - x^2 - x + 1} =$

d) $\frac{x^6 + x^5 - 7x^4 + x^3 + 10x^2 - 6x}{x^3 + 7x^2 + 7x - 15} =$

15. Efectúa las siguientes operaciones y simplifica:

a) $\frac{2x}{x+2} + \frac{3}{2x-4} - \frac{x}{x^2-4} =$

b) $\frac{2x}{x-1} - \frac{x}{x^2-1} + \frac{1}{x+1} =$

c) $\left(\frac{2x}{x-1} - \frac{3}{x}\right) : \left(\frac{2}{x+1} + \frac{1}{x-1}\right) =$

d) $\frac{2x-3}{x-1} : \frac{3}{x} =$

e) $\frac{x}{x-1} - \frac{1}{x^2-1} + \frac{2}{x+1} =$

f) $\left(\frac{x+1}{x-1} - 3\right) : \left(\frac{2}{x+1} + \frac{1}{x-1}\right) =$

g) $\frac{x-2}{x^2-x-6} + \frac{x+1}{x^2-4x+3} =$

h) $\left(\frac{x^3+3x}{x^2+3x+2}\right) : \left(\frac{x^3-x^2+3x-3}{x^2-4}\right) =$

SOLUCIÓN

1. a) $5x^5 + 3x^4 + 4x^3 - x^2 + 7x + 16$ b) $5x^5 - 3x^4 - 12x^3 - x^2 + 3x - 12$ c) $3x^6 + 8x^5 + 9x^4 + 26x^3 + 14x^2 + 6x + 42$

2. a) $2x^5 + 5x^4 - 16x^3 - 15x^2 + 30x$ b) $9x^6 + 3x^5 + x^4 + 5x^3 + 13x^2 - 5x + 10$ c) $10x^4 + 19x^3 - 5x^2 - 11x + 3$

d) $9x^6 + 12x^4 - 6x^3 + 4x^2 - 4x + 1$ e) $15x^3 - \frac{11}{2}x^2 + 39x + 20$ f) $2x^4 - \frac{65}{4}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - \frac{31}{8}x - \frac{1}{4}$

3.

a) Cociente = $3x + 4$ Resto = $-10x^2 + 5x + 17$

b) Cociente = $5x^2 - 10x + 22$ Resto = $-52x + 30$

c) Cociente = $x^2 + x + \frac{7}{3}$ Resto = $-\frac{4}{3}x^2 - 6x + \frac{25}{3}$

4.

a) Cociente = $2x^3 - 6x^2 + 15x - 40$ Resto = 119

b) Cociente = $3x^2 + x + 9$ Resto = 16

c) Cociente = $2x^3 - 2x^2 + 5x + 1$ Resto = -8

d) Cociente = $\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{12}x^3 + \frac{25}{36}x^2 - \frac{133}{108}x + \frac{457}{324}$ Resto = $-\frac{6298}{972}$

5. $P(1) = 0$ $x=1$ es raíz de $P(x)$, $P(-2) = 37$ $x=-2$ no es raíz de $P(x)$

6. $m=1/3$

8. $a=-125$.

7. a) $R=P(-2) = -66$ b) $R=P(1) = -\frac{3}{4}P(1) = 0$

9. $m = 33$

10. $a=-2$ $b=1$

11.

a) $x \cdot (x+1) \cdot (x-1) \cdot (x-3) \cdot (x+5)$ Raíces = 0, -1, 1, 3, -5

b) $2 \cdot (x+1)^2 \cdot (x-2) \cdot (x-\frac{3}{2})$ Raíces = -1, 2, 3/2

c) $(x-1)^2 \cdot (x+3)$ Raíces = 1, -3

d) $(x+1) \cdot (x-1)^2 \cdot (x+2)$ Raíces = -1, 1, -2

e) $2 \cdot (x+1) \cdot (x-2) \cdot (x-\frac{1}{2})$ Raíces = -1, 2, 1/2

f) $(x-1) \cdot (x+1)^2 \cdot (x-3)$ Raíces = -1, 1, 3

g) $3 \cdot (x+1)^2 \cdot (x+3) \cdot (x-\frac{1}{3})$ Raíces = -1, -3, 1/3

h) $(x-1)^2 \cdot (x+\sqrt{2}) \cdot (x-\sqrt{2})$ Raíces = 1, $\sqrt{2}$, $-\sqrt{2}$

i) $x^2 \cdot (x-1) \cdot (x+1) \cdot (x-3)$ Raíces = 0, -1, 1, 3

j) $(x-2) \cdot (x+3) \cdot (x^2 + 2x + 3)$ Raíces = 2, -3

k) $(x-1) \cdot (x+3) \cdot (6x^2 + 3)$ Raíces = 1, -3

l) $9 \cdot (x-1) \cdot (x+3) \cdot (x+\frac{1}{3}) \cdot (x+\frac{4}{3})$ Raíces = 1, -3, -1/3, -4/3

12.

- | | |
|----------------------------------|--------------------------------|
| a) $(2x+3) \cdot (2x-3)$ | d) $(3x-5)^2$ |
| b) $x \cdot (5+3x) \cdot (5-3x)$ | e) $(4x^2+7x)^2$ |
| c) $(x+4)^2$ | f) $(2x^2+5x) \cdot (2x^2-5x)$ |

13. Hallar el M.C.D y el m.c.m. de los siguientes polinomios:

- a) $mcm = (x+2) \cdot (x-3) \cdot (x+1) \cdot (x+5)$ $MCD = (x+2) \cdot (x-3)$
- b) $mcm = 2 \cdot (x-2) \cdot (x-\frac{5}{2}) \cdot (x^2+x+1)$ $MCD = 2 \cdot (x-2)$
- c) $mcm = 2x \cdot (x+1)^2 \cdot (x-1)^2 \cdot (x+\frac{1}{2})$ $MCD = 2(x+1) \cdot (x+\frac{1}{2})$
- d) $mcm = 2x^3 \cdot (x-1)^2 \cdot (x+1) \cdot (x-\frac{1}{2})$ $MCD = x^2 \cdot (x-1)$
- e) $mcm = x^2(x-1)^2 \cdot (x+1) \cdot (x-2)$ $MCD = x \cdot (x-1)^2$

14.

- | | |
|--------------------------------|---------------------------------------|
| a) $\frac{x-3}{x+2}$ | c) $\frac{(x-3) \cdot (x-7)}{x-1}$ |
| b) $\frac{x+5}{x \cdot (x-5)}$ | d) $\frac{x(x-1) \cdot (x^2-2)}{x+5}$ |

15. Efectúa las siguientes operaciones y simplifica:

- | | |
|---|------------------------------------|
| a) $\frac{4x^2-7x+6}{2(x+2) \cdot (x-2)}$ | e) $\frac{x^2+3x-3}{x^2-1}$ |
| b) $\frac{2x^2+2x+1}{x^2-1}$ | f) $\frac{-2x^2+2x+4}{3x-1}$ |
| c) $\frac{3x^3-x^2+3}{3x^2-x}$ | g) $\frac{2x^2+4}{x^3-2x^2-5x+6}$ |
| d) $\frac{6}{x-1}$ | h) $\frac{x \cdot (x+2)}{(x-1)^2}$ |