

5

Inecuaciones

ACTIVIDADES INICIALES

5.I. Ordena de menor a mayor los siguientes números.

a) $\frac{11}{4}, \frac{68}{25}, \frac{14}{5}$ y $\frac{27}{10}$

b) $0,12, \frac{11}{90}, \frac{3}{25}$ y $0,12$

a) $\frac{11}{4} = \frac{275}{100}; \frac{68}{25} = \frac{272}{100}; \frac{14}{5} = \frac{280}{100}$ y $\frac{27}{10} = \frac{270}{100} \Rightarrow \frac{27}{10} < \frac{68}{25} < \frac{11}{4} < \frac{14}{5}$

b) $0,12 = \frac{11}{90} = \frac{55}{450}; 0,12 = \frac{3}{25} = \frac{54}{450} \Rightarrow 0,12 = \frac{3}{25} < \frac{11}{90} = 0,12$

5.II. Sean a y b dos números reales positivos tales que $a \leq b$. Demuestra que el inverso de a es mayor o igual que el inverso de b .

$$a \leq b \Rightarrow a \cdot \frac{1}{a} \leq b \cdot \frac{1}{a} \Rightarrow 1 \leq \frac{b}{a} \Rightarrow 1 \cdot \frac{1}{b} \leq \frac{b}{a} \cdot \frac{1}{b} \Rightarrow \frac{1}{b} \leq \frac{1}{a}$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

5.1. Comprueba en cada caso si el valor indicado forma parte de la solución de la inecuación.

a) $x = -2$ de la inecuación $x^3 + x^2 + x \leq 6$

b) $x = -\frac{1}{2}$ de la inecuación $2(x - 2) + \frac{x - 1}{3} > x - 1$

a) $(-2)^3 + (-2)^2 + (-2) = -8 + 4 - 2 = -6 \leq 6 \Rightarrow$ Sí pertenece a la solución.

b) $\left. \begin{aligned} 2\left(-\frac{1}{2} - 2\right) + \frac{-\frac{1}{2} - 1}{3} &= -5 - \frac{1}{2} = -\frac{11}{2} \\ -\frac{1}{2} - 1 &= -\frac{3}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow -\frac{11}{2} < -\frac{3}{2} \Rightarrow$ No pertenece a la solución.

5.2. Resuelve las inecuaciones lineales siguientes.

a) $\frac{x - 3}{2} - \frac{x - 2}{8} \leq \frac{x}{2}$

b) $2x - 3 - \frac{x}{2} > x + \frac{3x + 1}{6}$

c) $x + 2(x + 1) + 3(x + 2) < \frac{x + 38}{2}$

a) $\frac{x - 3}{2} - \frac{x - 2}{8} \leq \frac{x}{2} \Rightarrow 4x - 12 - x + 2 \leq 4x \Rightarrow -x \geq 10 \Rightarrow x \geq -10 \Rightarrow$ Solución: $[-10, +\infty)$

b) $2x - 3 - \frac{x}{2} > x + \frac{3x + 1}{6} \Rightarrow 12x - 18 - 3x > 6x + 3x + 1 \Rightarrow 0x > 19 \Rightarrow$ Solución: $\emptyset$

c) $x + 2(x + 1) + 3(x + 2) < \frac{x + 38}{2} \Rightarrow 2x + 4x + 4 + 6x + 12 < x + 38 \Rightarrow 11x < 22 \Rightarrow x < 2 \Rightarrow$ Solución: $(-\infty, 2)$

5.3. Resuelve las siguientes inecuaciones de segundo grado.

a) $x^2 + 2 \geq 0$

c) $-x^2 - 1 \cdot 0$

e) $\frac{2}{3}x^2 + 4x < 2x$

b) $4 - x^2 < 0$

d) $3x^2 - x \geq x^2 - 5x$

f) $-x^2 - 2x - 1 \cdot 0$

a) $\mathbb{R}$

c) $[-$

e) $(23, 0)$

b) $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$

d) $(-\infty, -2] \cup [0, +\infty)$

f) $\emptyset$

5.4. Representa gráficamente las soluciones de las siguientes inecuaciones.

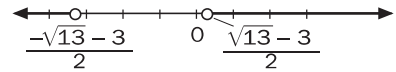
a) $3x(1 + x) - 2(x^2 - 1) > 3$

c) $\frac{x^2}{2} + \frac{x-1}{3} \geq 3$

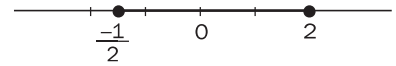
b) $x^2 - \frac{3}{2}x \leq 1$

d) $\frac{x^2}{2} - \frac{3}{4}x < \frac{5}{4}x^2 + \frac{x}{2}$

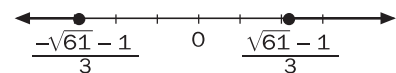
a) $\left(-\infty, \frac{-\sqrt{13}-3}{2}\right) \cup \left(\frac{\sqrt{13}-3}{2}, +\infty\right)$



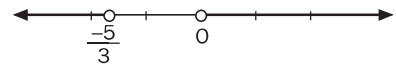
b) $\left[\frac{-1}{2}, 2\right]$



c) $\left(-\infty, \frac{-\sqrt{61}-1}{3}\right] \cup \left[\frac{\sqrt{61}-1}{3}, +\infty\right)$



d) $\left(-\infty, \frac{-5}{3}\right) \cup (0, +\infty)$



5.5. Resuelve las siguientes inecuaciones polinómicas y representa gráficamente las soluciones.

a) $x^3 - 6x^2 + 7x + 15 \geq x^2$

d) $x(x^2 + 3x) > 6x + 8$

b) $x^3 - 3x^2 < 1 - 3x$

e) $x^3 + 6x^2 + 5x \leq 12$

c) $x^4 - 17x^2 \leq 16$

f) $2(x+1)^4 - 8x^3 > 8(x+3) - 8$

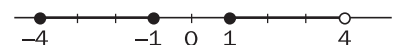
a) $[-1, 3] \cup [5, +\infty)$



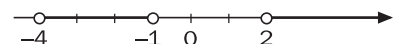
b) $(-\infty, 1)$



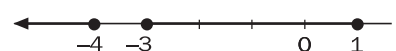
c) $[-4, -1] \cup [1, 4]$



d) $(-4, -1) \cup (2, +\infty)$



e) $(-\infty, -4] \cup [-3, 1]$



f) $(-\infty, -7) \cup (1, +\infty)$



5.6. Representa en la recta real las soluciones de las siguientes inecuaciones racionales:

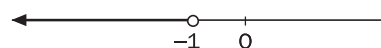
a) $\frac{4x - 5}{4x^2 - x - 5} < 0$

b) $\frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 - 1} < 0$

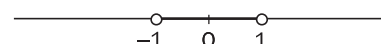
c) $\frac{x^2 - x - 2}{x^2 - x - 2} \geq 0$

d) $1 > \frac{2x}{x^2 + 1}$

a) $\frac{4x - 5}{4x^2 - x - 5} < 0 \Rightarrow \frac{4x - 5}{(4x - 5)(x + 1)} < 0 \Rightarrow \frac{1}{x + 1} < 0 \Rightarrow$
 $x + 1 < 0 \Rightarrow x < -1 \Rightarrow (-\infty, -1)$



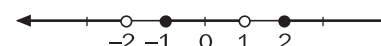
b) $\frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 - 1} < 0 \Rightarrow \frac{(x + 2)^2}{x^2 - 1} < 0 \Rightarrow \frac{1}{x^2 - 1} < 0 \Rightarrow$
 $x^2 - 1 < 0 \Rightarrow x^2 < 1 \Rightarrow -1 < x < 1 \Rightarrow (-1, 1)$



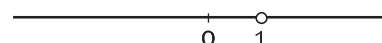
c) $\frac{x^2 - x - 2}{x^2 + x - 2} \geq 0 \Rightarrow \frac{(x + 1)(x - 2)}{(x - 1)(x + 2)} \geq 0$

Factores	$-\infty$	-2	-1	1	2	$+\infty$
$x + 1$	-	-	+	+	+	+
$x - 2$	-	-	-	-	+	+
$x - 1$	-	-	-	+	+	+
$x + 2$	-	+	+	+	+	+
$\frac{x^2 - x - 2}{x^2 + x - 2}$	+	-	+	-	+	+

$(-\infty, -2) \cup [-1, 1] \cup [2, +\infty)$



d) $1 > \frac{2x}{x^2 + 1} \Rightarrow x^2 + 1 > 2x \Rightarrow (x - 1)^2 > 0 \Rightarrow \mathbb{R} - \{1\}$



5.7. Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones lineales.

a) $\begin{cases} 2x + 1 < x + 2 \\ 3x - 1 \leq 4x \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x - 1 < 2x - (1 + x) \\ 3(x + 2) \geq 2(x - 4) \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x - 4 > x \\ x \geq 2x - 1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 3 - x > 2(x - 4) \\ 5x + 3 > -(x - 1) \end{cases}$

a) $\begin{cases} 2x + 1 < x + 2 \\ 3x - 1 \leq 4x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x \geq -1 \end{cases} \Rightarrow [-1, 1)$

b) $\begin{cases} 3x - 4 > x \\ x \geq 2x - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x > 4 \\ x \leq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x \leq 1 \end{cases}$ No tiene solución

c) $\begin{cases} 3x - 1 < 2x - (1 + x) \\ 3(x + 2) \geq 2(x - 4) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x < -14 \end{cases} \Rightarrow (-14, 0)$

d) $\begin{cases} -3x > -5 \\ 6x > -2 \end{cases} \Rightarrow \left(-\frac{1}{3}, \frac{11}{3}\right)$

5.8. Representa las soluciones de los siguientes sistemas de inecuaciones.

$$a) \begin{cases} 2x - \frac{x}{2} > x - \frac{1}{4} \\ \frac{x+1}{2} + \frac{x-1}{4} \leq 1 \\ 2x - 3 < 3x - 2 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 3x - \frac{x}{5} > 3x - \frac{1}{2} \\ \frac{2x+1}{3} + \frac{x+2}{6} \leq 2 \\ 2x - 3 < 3x - 2 \end{cases}$$

$$a) \begin{cases} 2x - \frac{x}{2} > x - \frac{1}{4} \\ \frac{x+1}{2} + \frac{x-1}{4} \leq 1 \\ 2x - 3 < 3x - 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8x - 2x > 4x - 1 \\ 2x + 2 + x - 1 \leq 4 \\ 2x - 3x < 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x > -1 \\ 3x \leq 3 \\ -x < 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -\frac{1}{2} \\ x \leq 1 \\ x > -1 \end{cases} \Rightarrow \left(-\frac{1}{2}, 1\right]$$

$$b) \begin{cases} 3x - \frac{x}{5} > 3x - \frac{1}{2} \\ \frac{2x+1}{3} + \frac{x+2}{6} \leq 2 \\ 2x - 3 < 3x - 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{-x}{5} > \frac{-1}{2} \\ \frac{5x}{6} \leq \frac{4}{3} \\ -x < 1 \end{cases} \Rightarrow \left(-1, \frac{8}{5}\right]$$

5.9. Representa los semiplanos formados por las soluciones de las siguientes inecuaciones.

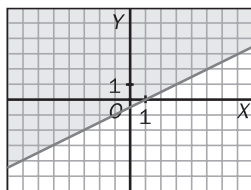
a) $x - 2y < 1$

c) $x + 3y \leq 2x + 4 - 3y$

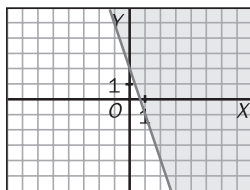
b) $3x + y \geq 2$

d) $5x + 3y + 10 < 2x + 2$

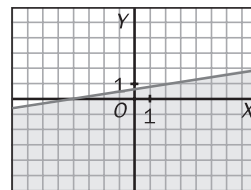
a)



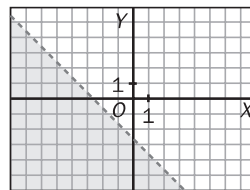
b)



c)

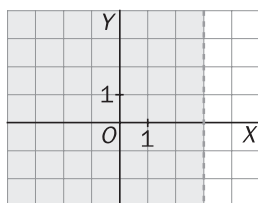


d)



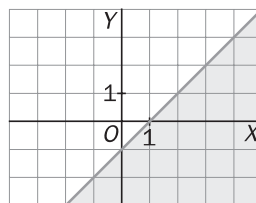
5.10. Escribe en cada apartado una inecuación de la que sea solución el semiplano representado.

a)



a) $x < 3$

b)



b) $y \leq x - 1$

5.11. Expresa mediante un sistema de inecuaciones los siguientes subconjuntos del plano.

a) Puntos pertenecientes al segundo cuadrante.

b) Puntos con ordenada positiva que están por encima de la bisectriz del primer cuadrante.

a) $\begin{cases} x < 0 \\ y > 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} y > 0 \\ y > x \end{cases}$

5.18. Resuelve las siguientes inecuaciones lineales, expresa las soluciones en forma de intervalo y represéntalas sobre la recta real.

a) $\frac{8}{3}x + 2 \geq 0$

d) $2x - \frac{9x}{4} < \frac{x}{3}$

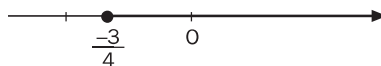
b) $2x - \sqrt{2} \leq 0$

e) $\frac{x}{2} - \frac{3x}{5} < x + 1$

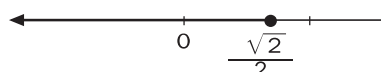
c) $-x + 1 > -\frac{10}{7}$

f) $\frac{x}{1 - \sqrt{2}} > 2$

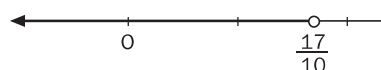
a) $\left[\frac{-3}{4}, +\infty\right)$



b) $\left(-\infty, \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$



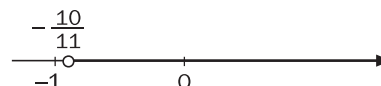
c) $\left(-\infty, \frac{17}{10}\right)$



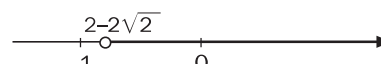
d) $(-\infty, 0)$



e) $\left(-\frac{10}{11}, +\infty\right)$



f) $(2 - 2\sqrt{2}, +\infty)$



5.19. Expresa mediante intervalos las soluciones de las siguientes inecuaciones.

a) $3(2x - 5) - 4(x - 2) \leq 2 - 4x$

c) $\frac{x+1}{3} - \frac{x+2}{4} + \frac{x-3}{18} \geq -\frac{8}{9}$

b) $\frac{x}{2} - \frac{x-1}{6} > 1 - \frac{2x-5}{2}$

d) $\frac{2x-1}{3} + \frac{5x-1}{2} < \frac{26}{3}$

a) $3(2x - 5) - 4(x - 2) \leq 2 - 4x \Rightarrow 3x + 6x - 15 - 4x + 8 \leq 2 - x \Rightarrow 6x \leq 9 \Rightarrow x \leq \frac{3}{2} \Rightarrow \left(-\infty, \frac{3}{2}\right]$

b) $\frac{x}{2} - \frac{x-1}{6} > 1 - \frac{2x-5}{2} \Rightarrow 3x - x + 1 > 6 - 6x + 15 \Rightarrow 8x > 20 \Rightarrow x > \frac{5}{2} \Rightarrow \left(\frac{5}{2}, +\infty\right)$

c) $\frac{x+1}{3} - \frac{x+2}{4} + \frac{x-3}{18} \geq -\frac{8}{9} \Rightarrow 12x + 12 - 9x - 18 + 2x - 6 \geq -32 \Rightarrow 5x \geq -20 \Rightarrow [-4, +\infty)$

d) $\frac{2x-1}{3} + \frac{5x-1}{2} < \frac{26}{3} \Rightarrow \frac{6(2x-1)}{3} + \frac{6(5x-1)}{2} < \frac{6 \cdot 26}{3} \Rightarrow 2(2x-1) + 3(5x-1) < 52$
 $\Rightarrow 4x - 2 + 15x - 3 < 52 \Rightarrow 19x - 5 < 52 \Rightarrow 19x < 57 \Rightarrow x < 3 \Rightarrow (-\infty, 3)$

Inecuaciones de segundo grado

5.20. Halla y representa gráficamente las soluciones de las siguientes inecuaciones de segundo grado.

a) $x^2 + x - 12 \geq 0$

e) $-2x^2 - 10x - 8 > 0$

b) $-2x^2 + 3x > 0$

f) $2x^2 + x + 1 < 0$

c) $4x^2 - 1 < 0$

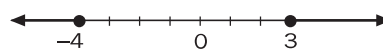
g) $6 - x^2 < 0$

d) $6x^2 + x - 1 < 0$

h) $(3x - 1)(5x + 2) \geq 0$

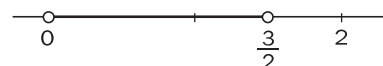
a) $x^2 + x - 12 \geq 0$, entonces $(x + 4)(x - 3) \geq 0$

Solución: $(-\infty, -4] \cup [3, +\infty)$



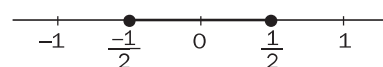
b) $-2x^2 + 3x > 0$, entonces $x(-2x + 3) > 0$

Solución: $(0, \frac{3}{2})$



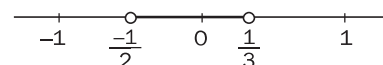
c) $4x^2 - 1 \leq 0$, entonces $x^2 \leq \frac{1}{4}$

Solución: $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$



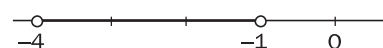
d) $6x^2 + x - 1 < 0$, entonces $6(x - \frac{1}{3})(x + \frac{1}{2}) < 0$

Solución: $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{3})$



e) $-2x^2 - 10x - 8 > 0$, entonces $-2(x + 4)(x + 1) > 0$

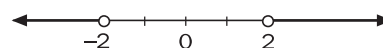
Solución: $(-4, -1)$



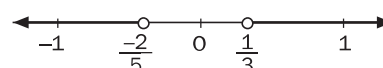
f) $2x^2 + x + 1 < 0$. Como $2x^2 + x + 1 = 0$, no tiene soluciones reales; entonces, solución: $\emptyset$.

g) $-x^2 < -4$, es decir, $x^2 > 4$.

Solución: $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$



h) Las soluciones son: $(-\infty, -\frac{2}{5}) \cup (\frac{1}{3}, +\infty)$.



5.21. Simplifica y resuelve las siguientes inecuaciones de segundo grado.

a) $(x - 2)^2 + 5 \leq 2x$

d) $3x^2 + \frac{5}{6}x - 2x < 2x^2 + \frac{2}{3} + \frac{x}{2}$

b) $\frac{3x - 6}{5} < \frac{4x - 2x^2}{10}$

e) $(x - 2)^2 + (x + 4)(x - 2) + 3x \geq -1$

c) $5x^2 + 1 \geq \frac{3x^2 - 1}{2}$

f) $\frac{x^2 - 2}{2} - \frac{3x - 1}{5} + x > 2$

a) $(x - 2)^2 + 5 \leq 2x \Rightarrow x^2 - 6x + 9 \leq 0 \Rightarrow (x - 3)^2 \leq 0 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow \{3\}$

b) $6x - 12 < 4x - 2x^2 \Rightarrow (-3, 2)$

c) $10x^2 + 2 \geq 3x^2 - 1 \Rightarrow \mathbb{R}$

d) $x^2 - \frac{5}{3}x + \frac{2}{3} < 0 \Rightarrow (-\frac{1}{3}, 2)$

e) $(x - 2)^2 + (x + 4)(x - 2) + 3x \geq -1 \Rightarrow 2x^2 + 4x - 3 \geq 0 \Rightarrow (-\infty, -258] \cup [0, 58, +\infty)$

f) $\frac{x^2 - 2}{2} - \frac{3x - 1}{5} + x > 2 \Rightarrow 5x^2 + 4x - 28 > 0 \Rightarrow 5(x - 2)(x + \frac{14}{5}) > 0 \Rightarrow (-\infty, -\frac{14}{5}) \cup (2, +\infty)$

5.22. Dados dos números reales a y b tales que $a < b$, completa la tabla de signos y resuelve las inecuaciones.

a) $4(x - a)(x - b) > 0$

b) $-2(x - a)(x - b) \leq 0$

c) $(x - a)(x - b) < 0$

d) $(x - a)^2 \geq 0$

	$-\infty$	a	b	$+\infty$
$x + a$				
$x - b$				
$(x - a)(x - b)$				

a)

	$-\infty$	a	b	$+\infty$
$x - a$		-	+	+
$x - b$		-	-	+
$4(x - a)(x - b)$		+	-	+

$(-\infty, a) \cup (b, +\infty)$

b)

	$-\infty$	a	b	$+\infty$
$x - a$		-	+	+
$x - b$		-	-	+
$-2(x - a)(x - b)$		-	+	-

$(-\infty, a] \cup (b, +\infty)$

c)

	$-\infty$	a	b	$+\infty$
$x - a$		-	+	+
$x - b$		-	-	+
$(x - a)(x - b)$		+	-	+

(a, b)

d)

	$-\infty$	a	$+\infty$
$x - a$		-	+
$(x - a)^2$		+	+

$(-\infty, +\infty)$

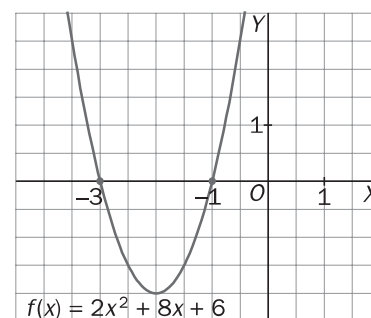
5.23. Resuelve las inecuaciones dadas observando la gráfica de la función polinómica $f(x) = 2x^2 + 8x + 6$.

a) $x^2 + 4x + 3 < 0$

b) $-x^2 - 4x - 3 > 0$

a) $(-3, -1)$

b) $(-3, -1)$



Inecuaciones polinómicas

5.24. Representa gráficamente las soluciones de las siguientes inecuaciones polinómicas.

a) $x^3 - 4x > 0$

c) $x^4 - 1 \geq 0$

e) $x^4 - 5x^2 \geq 36$

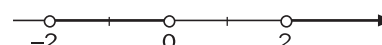
b) $x^3 - 3x - 2 < 0$

d) $x^3 - 7x + 6 < 0$

f) $x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x - \frac{1}{2} \leq 0$

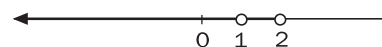
a) $x^3 - 4x > 0$, entonces $x(x - 2)(x + 2) > 0$

Solución: $(-2, 0) \cup (2, +\infty)$



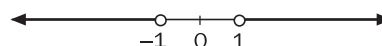
b) $x^3 - 3x - 2 < 0$, entonces $(x - 2)(x + 1)^2 < 0$

Solución: $(-\infty, 1) \cup (1, 2)$



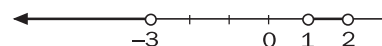
c) $x^4 - 1 \geq 0$, entonces $(x^2 - 1)(x^2 + 1) \geq 0$

Solución: $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$



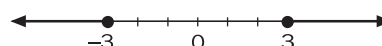
d) $x^3 - 7x + 6 < 0$, entonces $(x - 2)(x - 1)(x + 3) < 0$

Solución: $(-\infty, -3) \cup (1, 2]$



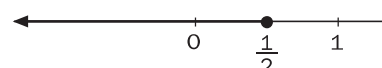
e) $x^4 - 5x^2 \geq 36$, entonces $(x^2 + 4)(x - 3)(x + 3) \geq 0$

Solución: $(-\infty, -3] \cup [3, +\infty)$



f) $x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x - \frac{1}{2} \leq 0$, entonces $(x - \frac{1}{2})(x^2 + 1) \leq 0$

Solución: $(-\infty, \frac{1}{2}]$



5.25. Resuelve las siguientes inecuaciones.

a) $2x^4 - 8x^3 > 2x^2 + 12$

b) $x^5 - 8x^4 + 23x^3 > 12 - 28x$

c) $x^2(x^2 + 1) + 2x^3 - 5x > x(x^3 - 4x + 1)$

a) $2(x^4 - 4x^3 - x^2 + 6) > 0$. Solución: $(-\infty; 1,17) \cup (4,14; +\infty)$

b) $x^5 - 8x^4 + 23x^3 + 28x - 12 > 0$. Solución: $(0,39; +\infty)$

c) $x(2x^4 + 5x - 6) > 0$. Solución: $\left(\frac{-\sqrt{73}-5}{4}, 0\right) \cup \left(\frac{\sqrt{73}-5}{4}, +\infty\right)$

5.26. Escribe un polinomio de grado cuatro que sea positivo en $(-\infty, -4) \cup (-2, 1) \cup (3, +\infty)$ y negativo en el resto de la recta real.

$$(x + 4)(x + 2)(x - 1)(x - 3)$$

5.27. Dado $P(x) = (x - a)(x - b)(x - c)$, donde a, b y c son números reales tales que $a < b < c$, halla los intervalos de x para los que el valor numérico del polinomio es:

a) Estrictamente positivo.

b) Negativo o nulo.

	$-\infty$	a	b	c	$+\infty$
$x - a$	-	+	+	+	+
$x - b$	-	-	+	+	+
$x - c$	-	-	-	+	+
$(x - a)(x - b)(x - c)$	-	+	-	+	+

a) $(a, b) \cup (c, +\infty)$

b) $(-\infty, a] \cup [b, c]$

Inecuaciones racionales

5.28. Expresa gráficamente las soluciones de las siguientes inecuaciones racionales.

a) $\frac{5x - 2}{2x + 1} \geq 0$

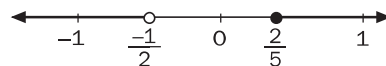
c) $\frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 5x + 6} > 0$

b) $\frac{x^2 - 1}{x + 2} \leq 0$

d) $\frac{x^3 + x^2 - 5x + 3}{x^3 + 5x^2 + 3x - 9} < 0$

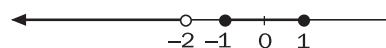
a) $\frac{5x - 2}{2x + 1} \geq 0$

Solución: $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right) \cup \left[\frac{2}{5}, +\infty\right)$



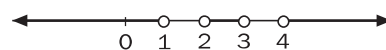
b) $\frac{x^2 - 1}{x + 2} \leq 0 \Rightarrow \frac{(x-1)(x+1)}{x+2} \leq 0$

Solución: $(-\infty, -2) \cup [-1, 1]$



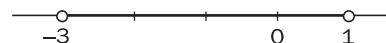
c) $\frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 5x + 6} > 0 \Rightarrow \frac{(x-4)(x-1)}{(x-3)(x-2)} > 0$

Solución: $(-\infty, 1) \cup (2, 3) \cup (4, +\infty)$



d) $\frac{x^3 + x^2 - 5x + 3}{x^3 + 5x^2 + 3x - 9} < 0 \Rightarrow \frac{(x+3)(x-1)^2}{(x-1)(x+3)^2} < 0 \Rightarrow \frac{x+3}{x-1} < 0$

Solución: $(-3, 1)$



5.29. Resuelve las siguientes inecuaciones.

a) $\frac{5x - 2}{2x + 1} \geq -2$

b) $\frac{x - 1}{x + 3} - 1 > 0$

c) $\frac{x^2}{x - 2} \leq 2$

d) $\frac{x^2 - 3}{x + 3} < x$

a) Solución: $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right) \cup [0, +\infty)$

b) Solución: $(-\infty, -3)$

c) Solución: $(-\infty, 2)$

d) Solución: $(-\infty, -3) \cup (-1, +\infty)$

5.30. Dados los números reales $a < b < c < d$, completa la siguiente tabla de signos.

	$-\infty$	a	b	c	$+\infty$
$x - a$					
$x - b$					
$x - c$					
$\frac{(x - a)(x - b)}{x - c}$					
$\frac{(x - b)}{(x - c)^2(x - a)}$					

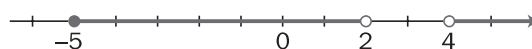
	$-\infty$	a	b	c	$+\infty$
$x - a$	-	+	+	+	+
$x - b$	-	-	+	+	+
$x - c$	-	-	-	-	+
$\frac{(x - a)(x - b)}{x - c}$	-	+	-	+	+
$\frac{(x - b)}{(x - c)^2(x - a)}$	+	-	+	+	+

5.31. Halla las soluciones de la inecuación $\frac{x^2 - kx - 2k^2}{(x + k)(x^2 - k^2)} \geq 0$ en función del parámetro k .

$$\frac{(x - 2k)(x + k)}{(x + k)^2(x - k)} \geq 0, \text{ de solución } (-k, k) \cup [2k, +\infty)$$

Sistemas de inecuaciones con una incógnita

5.32. Escribe un sistema de inecuaciones cuya solución sea el siguiente conjunto de números reales.



$$\begin{cases} x + 5 \geq 0 \\ x < 2 \\ x - 4 > 0 \end{cases}$$

5.33. Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones con una incógnita.

$$a) \begin{cases} 2x + 3(x - 1) < 7 \\ 3x + 2 \leq x + 6 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} -3 < 2x + 5 \\ 3 > 2x + 5 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 2x - \frac{x}{2} < 2 \\ 2x + 3(x - 1) > x + 2 \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} -3 < x < 3 \\ x^2 > 1 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} -3(x - 3) - 2x \leq -3 \\ 2x - 3 < x + 3 \\ x \leq 5 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} -2 \leq x \leq 4 \\ -3 \leq x \leq 2 \\ -4 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

$$a) \begin{cases} 2x + 3(x - 1) < 7 \\ 3x + 2 \leq x + 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + 3x - 3 < 7 \\ 3x - x \leq 6 - 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x < 10 \\ 2x \leq 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x \leq 2 \end{cases} \Rightarrow (-\infty, 2)$$

$$b) \begin{cases} 2x - \frac{x}{2} < 2 \\ 2x + 3(x - 1) > x + 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x - x < 4 \\ 2x + 3x - 3 > x + 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < \frac{4}{3} \\ x > \frac{5}{4} \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{5}{4}, \frac{4}{3} \right)$$

$$c) \begin{cases} -3(x - 3) - 2x \leq -3 \\ 2x - 3 < x + 3 \\ x \leq 5 \\ x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3x + 9 - 2x \leq -3 \\ x < 6 \\ x \leq 5 \\ x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -5x \leq -12 \\ x < 6 \\ x \leq 5 \\ x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq \frac{12}{5} \\ x < 6 \\ x \leq 5 \\ x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \left[\frac{12}{5}, 5 \right]$$

$$d) \begin{cases} -8 < 2x \\ 8 > 2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -4 < x \\ 4 > x \end{cases} \Rightarrow (-4, 4)$$

$$e) \begin{cases} x < 3 \\ x > -3 \\ (x - 1)(x + 1) > 0 \end{cases} \Rightarrow (-3, -1) \cup (1, 3)$$

$$f) \begin{cases} -2 \leq x \leq 4 \\ -3 \leq x \leq 2 \\ -4 \leq x \leq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x \leq 1 \end{cases} \Rightarrow [-2, 1]$$

Sistemas de inecuaciones con dos incógnitas

5.34. Comprueba si el par de valores $x = -2$, $y = 3$ es una solución del sistema:
$$\begin{cases} x + y \leq 2 \\ y \leq -2x \\ \frac{x + 5}{3} < y \end{cases}$$

Sustituyendo x por -2 e y por 3 , queda $\begin{cases} 1 \leq 2 \\ 3 \leq 4 \\ 1 < 3 \end{cases}$, con lo que sí es solución.