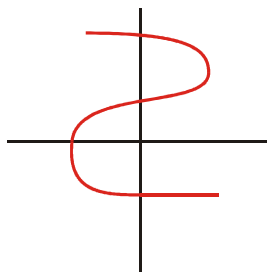
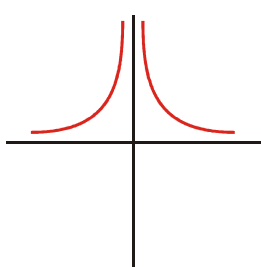


TEMAS 10 – LAS FUNCIONES ELEMENTALES – 1º BACH – MATE I

- **¿ Son funciones?**

EJERCICIO 1: Indica cuáles de las siguientes representaciones corresponden a la gráfica de una función. Razona tu respuesta:



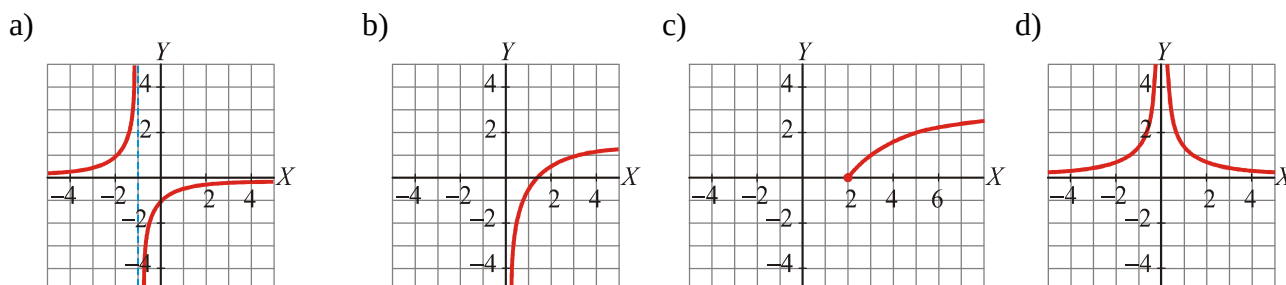
- **Calcular el dominio dada la expresión analítica de una función**

EJERCICIO 2: Calcular el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $y = \frac{1}{x^2 - 6}$ b) $y = \sqrt{1+x}$ c) $y = \frac{1}{x^2 + 1}$ d) $y = \frac{1}{\sqrt{x+2}}$ e) $y = \sqrt[3]{2x-4}$
 f) $y = \frac{x}{\sqrt{x+1}}$ g) $y = \sqrt{x^2 - 4}$ h) $y = \sqrt[4]{\frac{x-1}{2x+3}}$ i) $y = \text{Log} \frac{x-3}{(x-2)^2}$

- **Calcular el dominio y el recorrido dada su representación gráfica**

EJERCICIO 3 : Observando la gráfica de estas funciones, indica cuál es su dominio de definición y su recorrido.



- **Problemas de dominios**

EJERCICIO 4 : A una hoja de papel de $30 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$ le cortamos cuatro cuadrados (uno en cada esquina) y, plegando convenientemente, formamos una caja cuyo volumen es:

$$V = x \cdot (20 - 2x) \cdot (30 - 2x)$$

¿Cuál es el dominio de definición de esta función?

EJERCICIO 5 : Las tarifas de una empresa de transportes son:

- Si la carga pesa menos de 10 toneladas, 40 euros por tonelada.
- Si la carga pesa entre 10 y 30 toneladas, 30 euros por tonelada (la carga máxima que admiten es de 30 toneladas).

Si consideramos la función que nos da el precio según la carga, ¿cuál será su dominio de definición?

- **Representación gráfica de funciones lineales**

EJERCICIO 6 : Representa gráficamente y estudia sus propiedades:

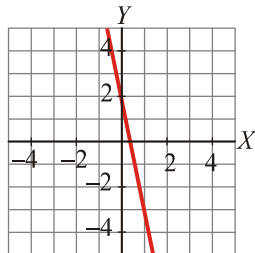
a) $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}$

b) $2x + y - 1 = 0$

c) $y = \frac{2x-3}{4}$

- **Hallar la ecuación de una recta**

EJERCICIO 7 : Escribe la ecuación de la recta cuya gráfica es la siguiente:



EJERCICIO 8 : Escribe la ecuación de la recta que pasa por los puntos $(2, -4)$ y $(-1, 3)$.

EJERCICIO 9 : Halla la ecuación de la recta que pasa por $(2, -1)$ y cuya pendiente es $\frac{2}{3}$

EJERCICIO 10 : Di cuál es la pendiente de cada una de estas rectas:

I) $2x + y = 0$

II) $x - 2y + 1 = 0$

III) $y = 2$

- **Problemas de interpolación lineal**

EJERCICIO 11 : Si consumimos 60 m^3 de gas tendremos que pagar un recibo de 35,96 euros, y por un consumo de 80 m^3 tendríamos que pagar 43,56 euros. ¿Cuál sería el precio del recibo si consumiéramos 70 m^3 de gas?

EJERCICIO 12 : Al apuntarnos en un gimnasio, hemos tenido que pagar una cantidad fija en concepto de matrícula. Después tendremos que ir pagando las mensualidades. Si estamos 6 meses, nos gastaremos en total 246 euros, y si estamos 15 meses, nos costará 570 euros. ¿Cuánto nos gastaríamos en total si estuviéramos yendo durante un año?

EJERCICIO 13 : Sabiendo que 15° C (grados centígrados) equivalen a 59° F (grados Fahrenheit), y que 30° C son 86° F , averigua cuántos grados centígrados son 70° F .

- **Función cuadrática**

EJERCICIO 14 : Halla el vértice de las siguientes parábolas:

a) $y = 2x^2 - 10x + 8$

b) $y = 2x^2 - 8x + 2$

EJERCICIO 15 : Halla los puntos de corte con los ejes de la parábola $y = -x^2 + 4x$

EJERCICIO 16 : Representa gráficamente y estudia sus propiedades

a) $y = x^2 - 3x$

b) $y = -x^2 + 4x - 1$

c) $y = (x - 1)^2 + 3$

- Problemas de interpolación cuadrática**

EJERCICIO 17 : De una función se sabe que $f(1) = 0$, $f(2) = 3$ y $f(-1) = 6$. Halla la función de segundo grado y utilízala para estimar el valor de $f(0)$.

EJERCICIO 18 : Los gastos de producción y los ingresos por ventas (ambos expresados en millones de euros) de cierta empresa durante los tres últimos años han sido los siguientes:

GASTOS	3	4	6
INGRESOS	10	12	20

- a) Halla el polinomio interpolador de segundo grado que exprese los ingresos en función de los gastos.
 b) ¿Qué ingresos cabría esperar este año si los gastos de producción fuesen de 5 millones de euros?

- Función radical**

EJERCICIO 19 : Representa y estudia las propiedades de las siguientes funciones:

a) $y = \sqrt{x+1}$ b) $y = -\sqrt{x-2}$ c) $y = \sqrt{2-x}$ d) $y = \sqrt{x^2 - 4}$

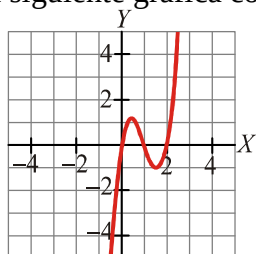
- Función de proporcionalidad inversa**

EJERCICIO 20 : Representa y estudia las propiedades de las siguientes funciones:

a) $y = \frac{1}{x-1}$ b) $y = \frac{3}{x-4} + 2$ c) $y = \frac{2x+3}{x-3}$ d) $y = \frac{3x-3}{2-x}$

- Transformaciones de funciones**

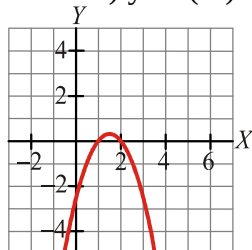
EJERCICIO 21 : La siguiente gráfica corresponde a la función $y = f(x)$:



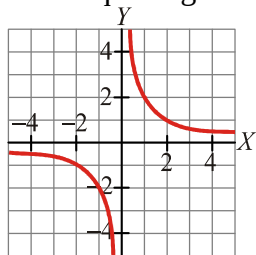
A partir de ella, representa: a) $y = f(x) + 3$ b) $y = f(x - 2)$

EJERCICIO 22 : A partir de la gráfica de $y = f(x)$:

construye las gráficas de: a) $y = f(-x)$ b) $y = 1 + f(x)$

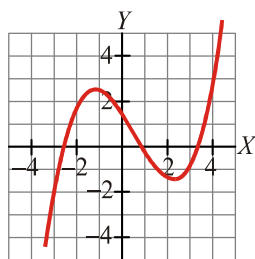


EJERCICIO 23 : Sabiendo que la gráfica de $y = f(x)$ es la siguiente:



construye, a partir de ella, las gráficas de: a) $y = f(x + 1)$ b) $y = f(x) + 1$

EJERCICIO 24 : Sabiendo que la gráfica de $f(x)$ es la de la izquierda representa la gráfica de $y = |f(x)|$



• Funciones a trozos

EJERCICIO 25 : Halla $f(-1)$, $f(0)$ y $f(3)$, siendo: $f(x) = \begin{cases} 4x^2 + 1 & \text{si } x \leq -1 \\ x - 1 & \text{si } -1 < x \leq 2 \\ 5 & \text{si } x > 2 \end{cases}$

EJERCICIO 26 : Representa gráficamente y estudia sus propiedades:

$$\text{a) } y = \begin{cases} -2x + 1 & \text{si } x \leq 1 \\ x^2 - 2 & \text{si } x > 1 \end{cases} \quad \text{b) } y = \begin{cases} -\frac{x}{2} & \text{si } x \leq 1 \\ -x + \frac{1}{2} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

• Funciones con valor absoluto

EJERCICIO 27 : Representa y estudia las propiedades de las siguientes funciones:

$$\text{a) } y = |2x - 4| \quad \text{b) } y = \left| \frac{x-1}{2} \right| \quad \text{c) } y = |x^2 + 2x| + x - 2$$

• Repaso

EJERCICIO 28 : Representa gráficamente y estudia sus propiedades

$$\begin{aligned} \text{a) } y &= |4x + 2| & \text{b) } y &= \sqrt{x + 3} & \text{c) } y &= \left| \frac{x-1}{3} \right| + 4 & \text{d) } y &= \frac{x^2}{2} - 2x + 2 \\ \text{e) } f(x) &= \begin{cases} 2x + 3 & \text{si } x \leq 0 \\ x^2 - 3x + 4 & \text{si } 0 < x < 2 \\ 2 & \text{si } 2 \leq x < 7 \end{cases} & \text{f) } y &= \frac{3-x}{x+1} \end{aligned}$$

EJERCICIO 29 : Asocia a cada gráfica su ecuación:

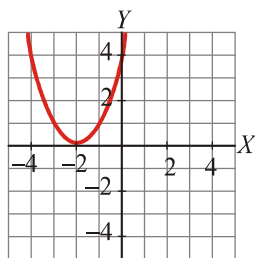
a) $y = -3x + 5$

b) $y = (x+2)^2$

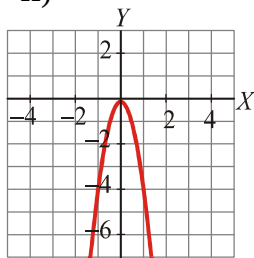
c) $y = -\frac{5}{3}x - 1$

d) $y = -4x^2$

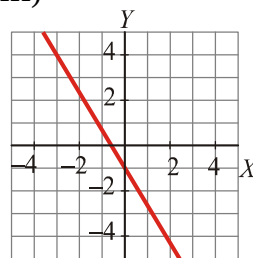
I)



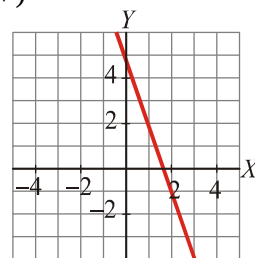
II)



III)



IV)



EJERCICIO 30 : Asocia a cada una de las gráficas una de las siguientes expresiones analíticas:

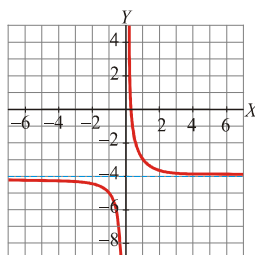
a) $y = \frac{1}{x+4}$

b) $y = \sqrt{x-1}$

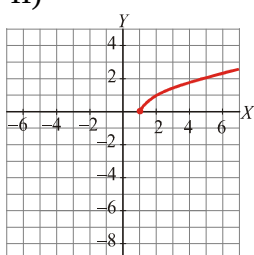
c) $y = \frac{1}{x} - 4$

d) $y = \sqrt{2-x}$

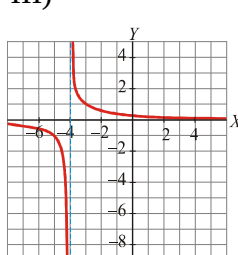
I)



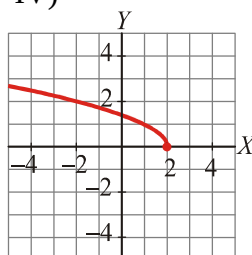
II)



III)



IV)



EJERCICIO 31 : Un cántaro vacío con capacidad para 20 litros pesa 2550 gramos. Escribe la función que nos da el peso total del cántaro según la cantidad de agua, en litros, que contiene.

EJERCICIO 32 : El perímetro de un rectángulo es de 30 cm. Obtén la función que nos dé el área del rectángulo en función de la longitud de la base.

EJERCICIO 33 : El precio por establecimiento de llamada en cierta tarifa telefónica es de 0,12 euros. Si hablamos durante 5 minutos, la llamada nos cuesta 0,87 euros en total. Halla la función que nos da el precio total de la llamada según los minutos que estemos hablando.

EJERCICIO 34 : Un muelle mide 7 cm cuando colgamos de él un peso de 10 gramos, y mide 13 cm cuando colgamos de él 80 gramos.

a) Estima, mediante interpolación lineal, cuánto medirá si colgamos de él 50 gramos.

b) Escribe la ecuación de la recta que nos da la longitud, y, en función del peso que colgamos, x.

c) Representa gráficamente la función anterior.

EJERCICIO 35 : Subiendo una montaña, medimos la temperatura a 360 m de altura, y esta era de 8° C. Cuando estábamos a 720 m de altura, la temperatura era de 6° C.

a) Estima, mediante interpolación lineal, la temperatura que había a 500 m de altura.

b) Halla la expresión analítica de la recta que nos da la temperatura en función de la altura, y represéntala gráficamente.

• Composición de funciones

EJERCICIO 36 : Dadas las funciones $f(x) = 2x^2 - 1$ y $g(x) = \sqrt{x}$, calcula:

a) $(f \circ g)(x)$ b) $(g \circ f)(x)$

EJERCICIO 37 : Considera las funciones f y g definidas por: $f(x) = \frac{x+1}{3}$, $g(x) = x^2 - 1$

Calcula: a) $(f \circ g)(x)$ b) $(g \circ f)(x)$

EJERCICIO 38 : Sabiendo que $f(x) = x - x^2$ y $g(x) = \sin x$, halla:

a) $(g \circ f)(x)$ b) $(g \circ g)(x)$

EJERCICIO 39 : Con las funciones: $f(x) = x^2 + 1$ y $g(x) = \frac{1}{x}$ hemos obtenido, por composición,

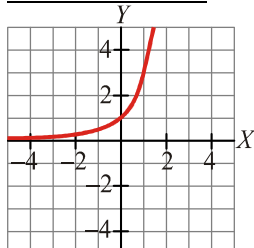
estas otras: $p(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$ $q(x) = \frac{1}{x^2} + 1$. Explica cómo, a partir de f y g , se pueden obtener p y q .

EJERCICIO 40 : Dadas las funciones: $f(x) = \frac{x^2}{2}$ y $g(x) = \sqrt{x+1}$. Explica como, a partir de ellas, se

pueden obtener por composición estas otras: $p(x) = \frac{x+1}{2}$ $q(x) = \sqrt{\frac{x^2}{2} + 1}$

• Inversa de una función

EJERCICIO 41 : La siguiente gráfica corresponde a la función $y = f(x)$:



a) Calcula $f^{-1}(3)$ y $f^{-1}(1)$

b) Representa en los mismos ejes, $f^{-1}(x)$ a partir de la gráfica de $f(x)$

EJERCICIO 42 : Halla la función inversa de estas funciones y comprobarlo analíticamente:

a) $f(x) = \frac{2x+1}{3}$

b) $y = 4x^3 - 1$

c) $y = 3 - \sqrt{2x^2 - 1}$

d) $y = \frac{x-5}{2x+1}$

• Funciones exponenciales y logarítmicas

EJERCICIO 43 : Representa la gráfica de las siguientes funciones y estudia sus propiedades

a) $y = \left(\frac{1}{4}\right)^{x-2}$

b) $y = 1 + \log_2 x$

c) $y = \log_{1/3} x$

d) $y = 2^{1+x}$

e) $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$

f) $y = \log(x+1)$

g) $y = e^x$

h) $y = \ln x$

EJERCICIO 44 : Asocia_cada una de las siguientes gráficas con su ecuación:

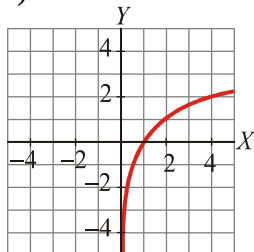
a) $y = 2^x$

b) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

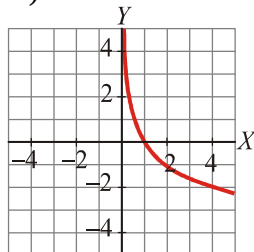
c) $y = \log_2 x$

d) $y = \log_{1/2} x$

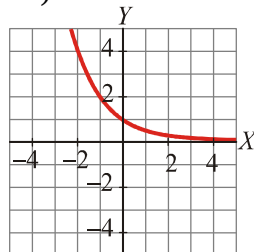
I)



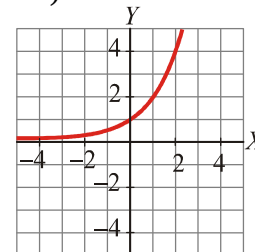
II)



III)



IV)



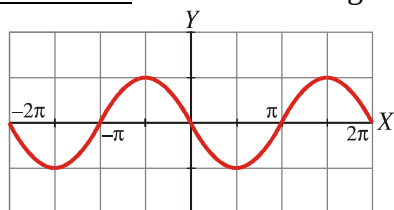
EJERCICIO 45 : Una cierta población crece de acuerdo con la ecuación $y = 1 + k \cdot e^{at}$ donde t es el tiempo en meses e y es el número de individuos en miles.

a) Calcula k y a sabiendo que $y(0) = 1,2$ y que $y(10) = 1 + 0,2e \approx 1,54$

b) Representa la función obtenida con los valores de k y a que has hallado.

• Funciones trigonométricas

EJERCICIO 46 : Considera la siguiente gráfica:



a) Di cuál de estas expresiones analíticas le corresponde:

$y = \cos(x + \pi)$

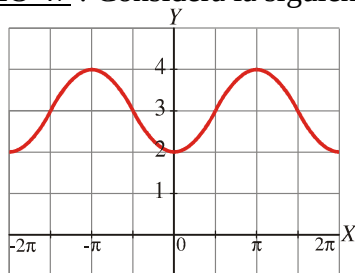
$y = \sin(x + \pi)$

$y = \cos 2x$

$y = \sin 2x$

b) Di cuál es su dominio de definición, cuál es su periodo y qué valores mínimo y máximo alcanza.

EJERCICIO 47 : Considera la siguiente gráfica y responde:



a) ¿Cuál de estas es su expresión analítica?

$y = 3 - \sin x$

$y = 3 - \cos x$

$y = 3 + \cos x$

$y = 3 + \sin x$

b) ¿Cuál es su dominio de definición?

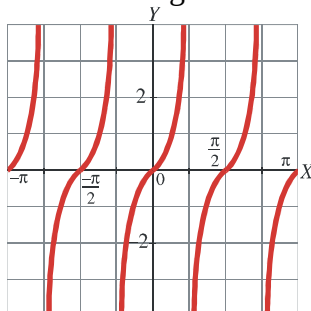
c) ¿Es una función continua?

d) ¿Es periódica? ¿Cuál es su periodo?

e) ¿Qué valores mínimo y máximo alcanza?

EJERCICIO 48 :

a) Di cuál de las siguientes expresiones se corresponde con la gráfica:



$y = 2 \cos x$

$y = 2 \operatorname{tg} x$

$y = \operatorname{tg} 2x$

$y = 2 + \cos x$

$y = \cos 2x$

b) Para la función anterior, di cuál es su dominio, estudia su continuidad e indica cuál es su periodo.