Ejercicio nº 1.- Calcula las razones trigonométricas del ángulo 1320º reduciéndolo al primer giro y al primer cuadrante.

Solución:

Dividimos el ángulo dado entre 360º para ver cuántas vueltas completas (giros) da y cuál es el resto:

Se tiene 1320º = 3 ·360º + 240º, es decir, el ángulo del primer giro asociado a 1320º es 240º. Por tanto, todas las razones de 1320º coinciden con las razones correspondientes de 240º. Como 240º = 180º + 60º, se tiene:

$$sen\ 1320º = sen\ (3 \cdot 360º + 240º) = sen\ 240º = sen\ (180º + 60º) = -\ sen\ 60º = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$cos\ 1320º = cos\ (3 \cdot 360º + 240º) = cos\ 240º = cos\ (180º + 60º) = -\ cos\ 60º = -\frac{1}{2}$$

$$tg1320^o = \frac{sen1320^o}{\boldsymbol{cos}\, 1\,320^o} = \frac{-\frac{\sqrt{3}}{2}}{-\frac{1}{2}} = +\sqrt{3}$$

Ejercicio nº 2.- Sabiendo que $\boldsymbol{cos}\ \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{5}$ y que α € III cuadrante, calcula el resto de las razones trigonométricas de α.

Solución: Sustituyendo el valor dado en la fórmula fundamental de la trigonometría:

$sen^2\ \alpha\ + \cos^2\alpha\ = 1$, se tiene: $sen^2\alpha + \left(-\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^2 = 1$. Operando: $sen^2\alpha + \frac{5}{25} = 1$; $sen^2\alpha + \frac{1}{5} = 1$

$sen^2\alpha = 1 - \frac{1}{5}$, $sen^2\alpha = \frac{4}{5}$; $sen\alpha = -\sqrt{\frac{4}{5}} = -\frac{2}{\sqrt{5}} = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$ (signo negativo ya que α ∈3º cuadrante)

$$tg\alpha = \frac{sen\alpha}{\boldsymbol{cos}\ \alpha} = \frac{-\frac{2\sqrt{5}}{5}}{-\frac{\sqrt{5}}{5}} = +2$$

Recordemos que en el 3º cuadrante la tangente es positiva.

Ejercicio nº 3.- Dado el ángulo $\alpha = \frac{7\pi}{15}$ radianes, calcula:

a) El ángulo complementario de α en grados y en radianes.

b) Calcula con la calculadora el valor del ángulo α.

Solución:

a) En radianes, el complementario de α es: $\frac{\pi}{2} - \frac{7\pi}{15} = \frac{15\pi}{30} - \frac{14\pi}{30} = \frac{\pi}{30}$ radianes.

Como π radianes = 180º, resulta:

$\frac{\pi}{30}$ radianes = $\frac{180^o}{30}$= 6º que es el valor del complementario de α en grados.

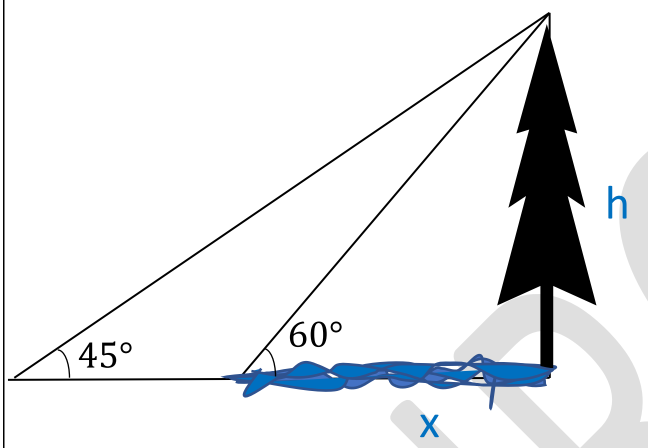
b) El ángulo suplementario de α en grados y en radianes.

En radianes, el suplementario de α es: $\pi - \frac{7\pi}{15} = \frac{15\pi}{15} - \frac{7\pi}{15} = \frac{8\pi}{15}$ radianes.

Sustituyendo π radianes = 180º, resulta $\frac{8\pi}{15}$ radianes = $\frac{8\cdot 180^o}{15}$= 96º que es el valor del suplementario de α en grados.

<u>Ejercicio nº 4.-</u> Desde la orilla de un río, observamos la copa de un árbol situado enfrente, en la otra orilla, bajo un ángulo de 60º. Si nos alejamos 10 metros de la orilla (perpendicularmente al río), el ángulo de observación (de la copa del árbol) es de 45º. Calcula la altura del árbol y la anchura del río.

<u>Solución</u>: Lo primero en estos problemas es dibujar, y vemos que este es un problema típico de doble tangente:



Sean x: metros anchura del río; h: metros de altura del árbol.

$$\begin{cases} tg60^o = \frac{h}{x} \\ tg45^o = \frac{h}{x+10} \end{cases}$$

Sustituyendo en el sistema tg 60º y tg 45º por sus valores, se tiene: $\begin{cases} \sqrt{3} = \frac{h}{x} \\ 1 = \frac{h}{x+10} \end{cases}$

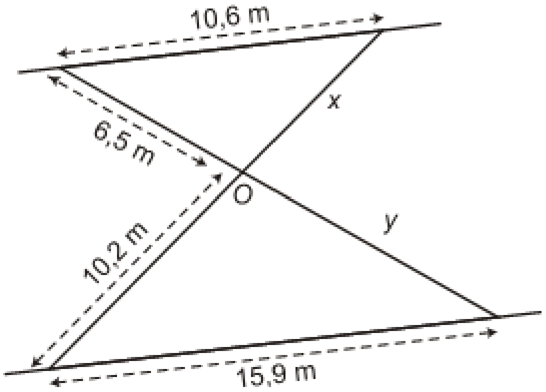
$\begin{cases} \sqrt{3}x = h \\ x + 10 = h \end{cases}$ Igualando:

$\sqrt{3}x = x + 10$; $\sqrt{3}x - x = 10$; Sacando x factor común: $x\left(\sqrt{3} - 1\right) = 10$;

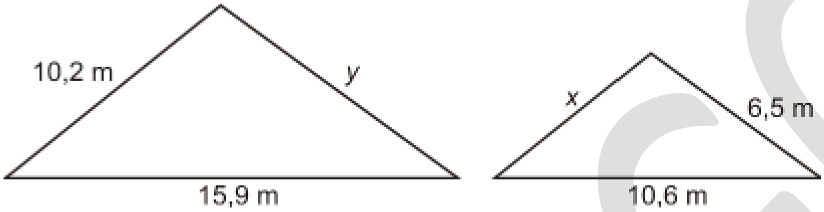
$x = \frac{10}{\sqrt{3}-1} = \frac{10\left(\sqrt{3}+1\right)}{3-1} = \frac{10\left(\sqrt{3}+1\right)}{2} = 5\left(\sqrt{3}+1\right) \cong 13{,}66025\ldots \approx$ 13,66 m de anchura tiene el río.

Sustituyendo en cualquiera de las ecuaciones: h = $\sqrt{3} \cdot 5 \cdot \left(\sqrt{3} + 1\right) = 15 + 5\sqrt{3} \cong 23{,}660$ m de altura mide el árbol.

<u>Ejercicio nº 5.-</u> Dos caminos paralelos se unen entre sí por dos puentes, que a su vez se cortan en el punto O. Teniendo en cuenta las medidas de la figura, calcula la longitud de los dos puentes.



Solución: La longitud de un puente será x + 10,2; la del otro, y + 6,5; por tanto, el objetivo está en calcular el valor de x e y. Los triángulos que se forman son semejantes (sus tres ángulos son iguales) y son:



Se cumple, pues, la proporcionalidad entre lados respectivos:

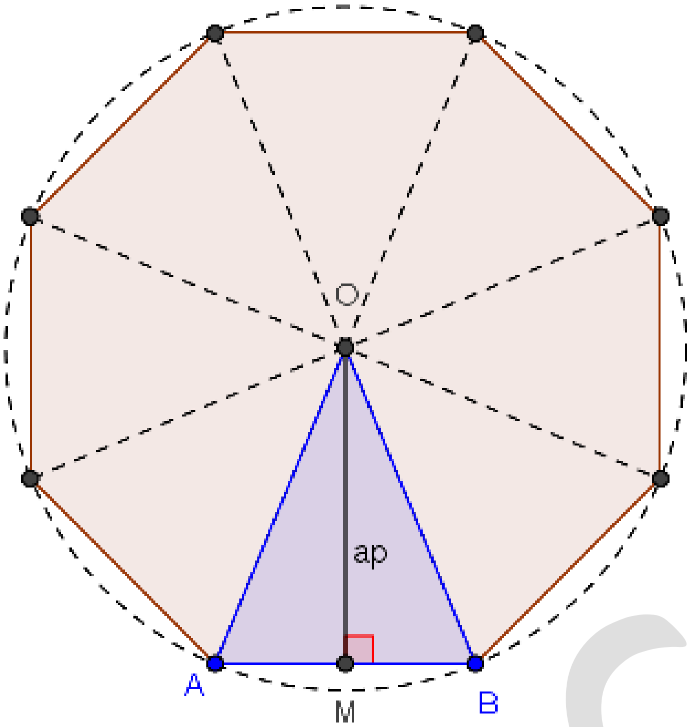
$$\frac{15{,}9}{10{,}6} = \frac{10{,}2}{x} \Rightarrow x = \frac{10{,}6 \cdot 10{,}2}{15{,}9} = 6{,}8\ m$$

$$\frac{15{,}9}{10{,}6} = \frac{y}{6{,}5} \Rightarrow x = \frac{15{,}9 \cdot 6{,}5}{10{,}6} = 9{,}75\ m$$

Las longitudes de los puentes son: 6,8 + 10,2 = 17 m ;
9,75 + 6,5 = 16,25 m.

Ejercicio nº 6.- Calcula la superficie de un octógono regular de 20 m de lado.

Solución:



$$Superficie\ poligono\ regular = \frac{perímetro \cdot apotema}{2}$$

Cada ángulo central del octógono regular mide: $\frac{360^o}{8} = 45°$; Su mitad será: $\frac{45}{2} = \ 22{,}5°$ (Ver figura).

Para calcular la apotema: $tg22{,}5^o = \frac{10}{ap}$; $\quad ap = \frac{10}{tg22{,}5^o} = \frac{10}{0{,}414213\ldots} = 24{,}1421\ldots$

Luego la superficie pedida es: $S = 24{,}1421 \cdot 20 \cdot \frac{8}{2} = 80 \cdot 24{,}1421 = 1931{,}368\ m^2$